

DOI: 10.16285/j.rsm.2018.0448

改进的数值流形法在水力劈裂中的应用

杨石扣¹, 任旭华², 张继勋²

(1. 河海大学 力学与材料学院, 江苏 南京 211100; 2. 河海大学 水利水电学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 数值流形法在非连续变形分析领域具有独特优势。结合裂纹尖端场函数的基本概念, 分析了水力劈裂破坏问题, 模拟了水力劈裂破坏过程, 避免了扩展有限元中的阶跃函数和水平集概念。为了避免裂纹尖端在单元内部不同位置而产生误差, 对裂纹尖端附近一定范围内的每一个物理覆盖附加奇异覆盖函数。选取一个算例比较分析了内水压力对应力强度因子的影响, 当考虑裂纹面内压时, 定量分析比较了各因素对应力强度因子的影响大小, 并应用于分支裂纹水力劈裂破坏。计算结果表明, 改进后的计算结果与解析解相吻合。未考虑裂纹面内压, 误差往往较大。考虑裂纹面内压后, 随着裂纹长度的增加, 误差逐渐减小; 随着网格密度的增加, 误差也逐渐减小。分支裂纹的渐进破坏结果表明该改进方法的可行性, 具有较大的实际应用价值。

关键词: 水力劈裂; 数值流形法; 应力强度因子; 奇异覆盖函数

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018) 10-3875-07

Application of enriched numerical manifold method to hydraulic fracture

YANG Shi-kou¹, REN Xu-hua², ZHANG Ji-xun²

(1. College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 211100, China;

2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China)

Abstract: The numerical manifold method (NMM) has numerous advantages for discontinuous deformation analysis. In this study, by combining NMM with the basic concept of crack tip function, we conduct hydraulic fracture simulation and analyse the failure process without the concepts of Heaviside function and level set. To avoid the error caused by different positions of the crack tip in an element, singular cover functions are added for every physical cover near the crack tip within a certain range. One example is selected to show the influence of inner water pressure on the stress intensity factor (SIF). When the force on the crack is considered, the influence of each factor on the SIF is quantitatively analysed, and then hydraulic fracture of branch crack is simulated. The results show that the improved results are in good agreement with the analytical solutions. It is found that the error is often large when the force on the crack is ignored. However, when the force on crack is considered, the error gradually decreases with increasing either crack length or mesh density. The progressive failure of the branch crack shows that the method is feasible and is of great practical value.

Keywords: hydraulic fracture; numerical manifold method; stress intensity factor; singular cover function

1 引言

水力劈裂技术已广泛应用于石油、页岩气开采、地应力测量等工程领域。然而, 水力劈裂有时也会危及结构整体安全, 如深埋隧洞受高压地下水作用、岩质高边坡在裂隙水作用下的失稳、蓄水初期特高

拱坝谷幅缩小、高压岔管破裂漏水等。因此, 对水力劈裂破坏进行研究十分重要^[1]。

水力劈裂破坏是力学家和工程技术人员非常关心的问题, 一直以来众多科研工作者致力于这些问题的研究。由于水力劈裂破坏问题涉及到结构内的裂隙或裂纹扩展, 故而适合采用非连续的分析方

收稿日期: 2018-03-26

基金项目: 国家自然科学基金(No.51739006, No.51209078); 中国博士后科学基金(No. 2017M611678)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51739006, 51209078) and the China Postdoctoral Science Foundation (2017M611678).

第一作者简介: 杨石扣, 男, 1985年生, 博士, 主要从事水工地下结构工程研究。E-mail: yangshikou@126.com

通讯作者: 任旭华, 男, 1963年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事高坝及复杂地基、地下结构稳定、水工建筑物除险加固技术等方面的研究。E-mail: renxh@hhu.edu.cn

法^[2-7],如扩展有限元、广义有限元法、无网格法和数值流形法等。扩展有限元法应用较为广泛,杜效鹤等^[8]研究了预制缝重力坝模型的断裂特性。赵延林等^[2]结合 Monte Carlo 方法描述岩体裂纹的随机分布,研究了裂纹的萌生、扩展和贯通机制。王克峰等^[9]考虑流-固耦合效应研究了重力坝的水力劈裂问题。石路杨等^[1]采用扩展有限元考虑裂纹面上的接触力研究了裂纹面上的应力强度因子。

数值流形法由于不需要扩展有限元中的阶跃函数^[10],可以直接描述结构中的非连续特性,近年来受到广泛关注^[11]。王水林等^[12]较早就采用数值流形法进行裂纹扩展模拟。朱爱军等^[13]采用数值流形法模拟开挖卸荷问题,获得了不同开挖步下的位移场。刘红岩等^[14]研究了节理岩体在受到冲击荷载作用时的破坏情况。杨石扣等^[15]讨论了网格的加密问题。徐栋栋等^[11]通过数值流形法研究了重力坝的多裂纹扩展问题。在水力劈裂方面,数值流形法也有所涉及,Zhang 等^[16]采用数值流形法研究了岩体和混凝土的水力劈裂问题。Yang 等^[17]基于耦合的 HM 模型采用数值流形法研究了裂隙的水力劈裂过程。

以往采用数值流形法对水力劈裂破坏的研究,没有详细考虑内水压力对应力强度因子的影响大小。水力劈裂破坏是一个渐进的动态过程,裂纹扩展后伴随着裂纹面内水压力的拓展和延伸。为了描述裂纹尖端的奇异特性,本文采用了含奇异覆盖位移函数的数值流形法,即改进的数值流形法,研究分析了水力劈裂破坏过程,比较分析内水压力对应力强度因子的影响大小。当考虑裂纹面内压时,定量分析比较了各因素对应力强度因子的影响大小。

2 改进的数值流形法

2.1 传统的覆盖函数

数值流形法(或有限覆盖法)是石根华^[18]于 1991 年在非连续变形分析的基础上提出的,主要包含数学覆盖、物理覆盖和流形单元 3 个基本概念。数学覆盖由覆盖物理域的一系列有限重叠网格组成,每个网格称为一个数学覆盖,记为 M_i , $i=1 \sim n_M$, n_M 为数学覆盖总数,如图 1 所示。

数学覆盖 M_i 上定义的权函数 $\varphi_i(\mathbf{x})$ 满足:

$$\varphi_i(\mathbf{x}) \geq 0, \mathbf{x} \in M_i; \varphi_i(\mathbf{x}) = 0, \mathbf{x} \notin M_i; \sum_{\{k|\mathbf{x} \in M_k\}} \varphi_k(\mathbf{x}) = 1 \quad (1)$$

物理覆盖是数学覆盖被物理域切割而成,若数学覆盖 M_i 被物理域完全切分成 n_p^i 块,则可形成 n_p^i 个物理覆盖,记为 P_j^i , $j=1 \sim n_p^i$ (见图 1 中的物理

覆盖 P_1^1 和 P_2^2)。将所有物理覆盖进行统一编号,设共形成 N_p 个物理覆盖,则存在唯一映射关系: $P_i^j \rightarrow P_l$, $l=1 \sim N_p$ 。物理覆盖(如 P_{11} 、 P_{12} 和 P_{13})的公共部分定义一个流形单元,记为 $E(P_{11}, P_{12}, P_{13})$ (见图 1)。

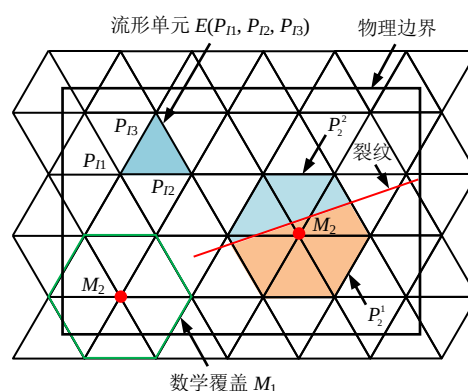


图 1 数值流形法的覆盖和单元
Fig.1 Covers and elements in the NMM

物理覆盖 P_l 上定义覆盖位移函数 $\mathbf{u}_l(\mathbf{x})$, 常采用多项式函数近似,对全 m 阶多项式近似,覆盖函数 $\mathbf{u}_l(\mathbf{x})$ 为

$$\mathbf{u}_l(\mathbf{x}) = \mathbf{C}^T \mathbf{d}_l \quad (2)$$

式中: $\mathbf{d}_l$ 为未知系数; $\mathbf{C}^T$ 为完全多项式基。

$$\mathbf{C}^T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x & 0 & \cdots & y^n & 0 \\ 0 & 1 & 0 & x & \cdots & 0 & y^n \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{d}_l = \{d_{l1} \quad d_{l2} \quad \cdots \quad d_{l(n+1)(n+2)}\}^T \quad (4)$$

2.2 改进数值流形法的覆盖函数

改进的数值流形法与传统数值流形法不同之处在于物理覆盖上位移函数的定义,常规数值流形法位移模式一般为多项式,而改进的数值流形法除了含有多项式的位移模式外,还包含描述裂纹尖端奇异性的 $\sqrt{r}$ 项和描述裂纹尖端不连续特性的 $\sin(\theta/2)$ 项,因而对于裂纹尖端附近的场描述,改进的数值流形法具有更高的精度。

举一例如图 2(a)所示,当采用传统的数值流形法时,裂纹尖端只能停留在单元边界,位于单元内部的部分需要剔除。当采用 Zhang 等^[19]扩展的数值流形法时,裂纹尖端可以停留在单元内部,其加密的区域为当前单元对应的物理覆盖,即 P_2 、 P_3 和 P_5 。为了避免裂纹尖端在单元内部不同位置而产生的误差,本文对裂纹尖端附近一定范围内(取决于单元平均尺寸,一般为 2.5 倍单元平均尺寸)的每

一个物理覆盖 P_i , 附加奇异覆盖基函数, 则含附加项的覆盖位移函数 $\tilde{\mathbf{u}}_i(\mathbf{x})$ 表达式为

$$\tilde{\mathbf{u}}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_i(\mathbf{x}) + \mathbf{u}_i^{\psi}(\mathbf{x}) \quad (5)$$

式中: $\mathbf{u}_i^{\psi}(\mathbf{x})$ 为附加覆盖位移函数, 表达式为

$$\mathbf{u}_i^{\psi}(\mathbf{x}) = \Psi \mathbf{d}_i^{\psi} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{d}_i^{\psi}$ 为附加项未知系数列阵; Ψ 为附加矩阵, 表达式为

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & \psi_2 & 0 & \psi_3 & 0 & \psi_4 & 0 \\ 0 & \psi_1 & 0 & \psi_2 & 0 & \psi_3 & 0 & \psi_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4] = \left[\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \right] \quad (8)$$

将式 (2)、(6) 代入式 (5), 则含附加项的覆盖位移函数 $\tilde{\mathbf{u}}_i(\mathbf{x})$ 为

$$\tilde{\mathbf{u}}_i(\mathbf{x}) = \tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{d}}_i \quad (9)$$

式中: $\tilde{\mathbf{d}}_i$ 为位移系数和附加系数列阵; $\tilde{\mathbf{C}}^T$ 为完全多项式基和附加基函数形成的矩阵。

$$\tilde{\mathbf{C}}^T = [\mathbf{C}^T \quad \Psi] \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{d}}_i = [\mathbf{d}_i \quad \mathbf{d}_i^{\psi}]^T \quad (11)$$

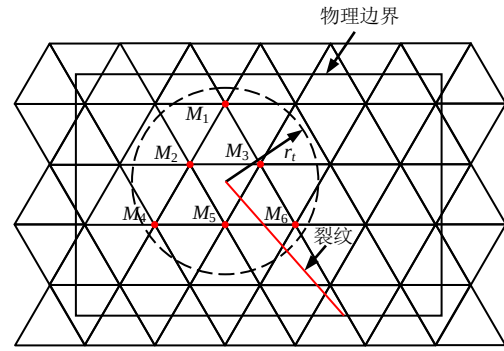
对于流形单元的数值积分, 可根据单元含奇异物理覆盖的数目 (即无奇异物理覆盖、含 1 个奇异物理覆盖、含两个奇异物理覆盖和 3 个物理覆盖均为奇异物理覆盖, 如图 2(b) 所示) 进行分类积分。当子单元含有裂纹尖端时, 采用 16 点映射法进行数值积分; 当子单元的 3 个物理覆盖均为奇异物理覆盖且不含裂纹尖端时, 采用 13 点 Hammer 积分; 当子单元含有 1 个或两个奇异物理覆盖且不含裂纹尖端时, 采用 7 点 Hammer 积分; 当子单元无奇异物理覆盖时, 采用单纯形积分。

2.3 改进数值流形法的控制方程

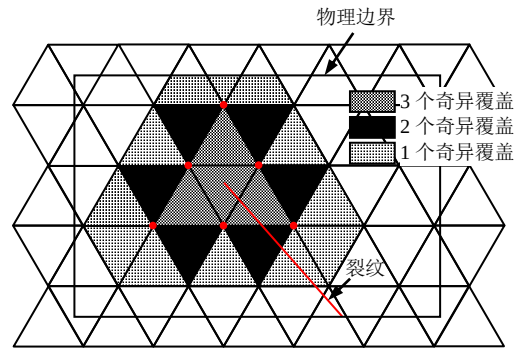
改进数值流形法的控制方程可以由传统数值流形法的控制方程获得, 只需将含奇异覆盖的单元形函数矩阵 $\mathbf{N}$ 和应变转换矩阵 $\mathbf{B}$ 换成相应的含裂纹尖端基函数的形函数矩阵 $\tilde{\mathbf{N}}$ 和应变转换矩阵 $\tilde{\mathbf{B}}$ 即可, 则控制方程可以写为如下形式:

$$\tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{d}} = \tilde{\mathbf{R}} \quad (12)$$

式中: $\tilde{\mathbf{d}}$ 为未知系数列阵; $\tilde{\mathbf{K}}$ 和 $\tilde{\mathbf{R}}$ 分别为刚度矩阵和荷载向量。



(a) 改进数值流形法的加密区



(b) 裂纹尖端周边单元的分类

图 2 改进数值流形法的加密和积分

Fig.2 Enrichment and integration of enriched NMM

对含奇异覆盖的单元 e , 其对 $\tilde{\mathbf{K}}$ 和 $\tilde{\mathbf{R}}$ 的贡献为

$$\tilde{\mathbf{K}}^e = \int_{\Omega^e} \tilde{\mathbf{B}}^T \mathbf{D} \tilde{\mathbf{B}} d\Omega \quad (13)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}^e = \int_{\Gamma^e} \tilde{\mathbf{N}}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma + \int_{\Omega^e} \tilde{\mathbf{N}}^T \mathbf{b} d\Omega - \int_{\Omega^e} \tilde{\mathbf{B}}^T \boldsymbol{\sigma}^0 d\Omega \quad (14)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}^0$ 为初应力; $\bar{\mathbf{t}}$ 为面力; $\mathbf{b}$ 为体积力。

$$\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{L} \tilde{\mathbf{N}} = [\tilde{\mathbf{B}}_1 \quad \tilde{\mathbf{B}}_2 \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{B}}_i \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{B}}_{n_p}] \quad (15)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_i = [\mathbf{L} \mathbf{N}_i \quad \mathbf{L} \mathbf{N}_i^{\psi}] = [\mathbf{B}_i \quad \mathbf{B}_i^{\psi}] \quad (16)$$

$$\mathbf{B}_i^{\psi} = \mathbf{L} \mathbf{N}_i^{\psi} = [\mathbf{B}_i^{\psi 1} \quad \mathbf{B}_i^{\psi 2} \quad \mathbf{B}_i^{\psi 3} \quad \mathbf{B}_i^{\psi 4}] \quad (17)$$

$$\mathbf{B}_i^{\psi \alpha} = \begin{bmatrix} (\varphi_i \psi_{\alpha})_{,x} & 0 \\ 0 & (\varphi_i \psi_{\alpha})_{,y} \\ (\varphi_i \psi_{\alpha})_{,y} & (\varphi_i \psi_{\alpha})_{,x} \end{bmatrix}, (\alpha = 1 \sim 4) \quad (18)$$

式中: $\mathbf{L}$ 为微分算子矩阵。

3 改进数值流形法的水力劈裂实施

3.1 应力强度因子的计算

应力强度因子是描述裂纹尖端特性的重要概念, 其求解方法一般有位移外推法、裂纹张开位移法、虚裂纹扩展法、虚裂纹闭合法和相互作用积分法^[20]等。相互作用积分法实施较为方便, 且 Nagashima 等^[21]的研究成果表明其计算精度较高, 故本文采用相互作用积分法 (见图 3)。

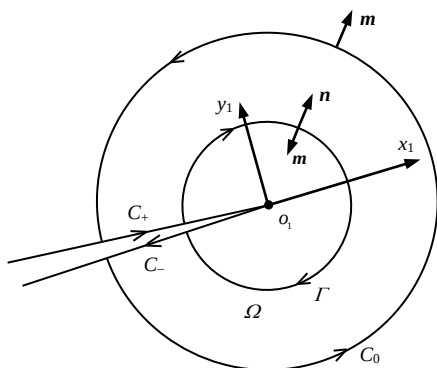


图3 相互作用积分简图

Fig.3 Schematic of interaction integral

当裂纹面含内压作用时, 状态 1 和 2 的相互作用积分为^[22]

$$I^{(1,2)} = \int_{\Omega} (\sigma_{ij}^{(1)} u_{i,1}^{(2)} + \sigma_{ij}^{(2)} u_{i,1}^{(1)} - W^{(1,2)} \delta_{ij}) q_{,j} d\Omega - \int_{C_+ \cup C_-} (\sigma_{i2}^{(1)} u_{i,1}^{(2)} + \sigma_{i2}^{(2)} u_{i,1}^{(1)}) q m_2 d\Gamma \quad (19)$$

式中: $q(x)$ 在 Γ 上为 1, 在 C_0 上为 0。

设裂纹面 C_+ 和 C_- 上的法向应力和切向应力分别为 σ_n 和 σ_τ , 并设:

$$I_0^{(1,2)} = \int_{\Omega} (\sigma_{ij}^{(1)} u_{i,1}^{(2)} + \sigma_{ij}^{(2)} u_{i,1}^{(1)} - W^{(1,2)} \delta_{ij}) q_{,j} d\Omega \quad (20)$$

对 I 型裂纹, 在裂纹面上, $\sigma_{ij}^{(2)} = 0$, $u_{i,1}^{(2)} = 0$, 则式 (19) 可改写为

$$I^{(1,KI)} = I_0^{(1,KI)} - \int_{C_+ \cup C_-} \sigma_n u_{2,1}^{(2)} q m_2 d\Gamma \quad (21)$$

对 II 型裂纹, 在裂纹面上, $\sigma_{i2}^{(2)} = 0$, $u_{2,1}^{(2)} = 0$, 则式 (19) 可改写为

$$I^{(1,KII)} = I_0^{(1,KII)} - \int_{C_+ \cup C_-} \sigma_\tau u_{i,1}^{(2)} q m_2 d\Gamma \quad (22)$$

由式 (21)、(22) 和 $K_I^{(1)} = \frac{E_0}{2} I^{(1,KI)}$ 、 $K_{II}^{(1)} = \frac{E_0}{2} I^{(1,KII)}$ 可求得相应的应力强度因子。

3.2 裂纹扩展的断裂准则

目前主要的断裂判据有 4 个, 即最大环向拉应力准则、最小应变能密度因子准则、最大拉应变准则和最大能量释放率准则。由于最大环向拉应力准则较为简单, 实施方便, 故而本文采用此准则, 即

$$K_{eq} \geq K_{IC} \quad (23)$$

式中: K_{IC} 为材料断裂韧性; K_{eq} 为等效应力强度因子^[23], 其表达式为

$$K_{eq} = K_I \cos^3 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta_0 \quad (24)$$

裂纹扩展角 θ_0 为

$$\theta_0 = \begin{cases} 2 \arctan \frac{1}{4} \left[\frac{K_I}{K_{II}} + \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right] & K_{II} < 0 \\ 0 & K_{II} = 0 \\ 2 \arctan \frac{1}{4} \left[\frac{K_I}{K_{II}} - \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right] & K_{II} > 0 \end{cases} \quad (25)$$

3.3 裂纹内压的施加

裂纹内压作为一种主动力, 在研究水力劈裂破坏时, 对结构的稳定性至关重要。本文内压按照面力的形式施加, 设裂纹 AB 与流形单元的位置如图 4 所示。按照梯形面积公式将内压的等效合力 F 作用于其边界重心处, 裂纹面两侧, 合力大小相等, 方向相反, 并且随着裂纹扩展不断动态重复这一过程。

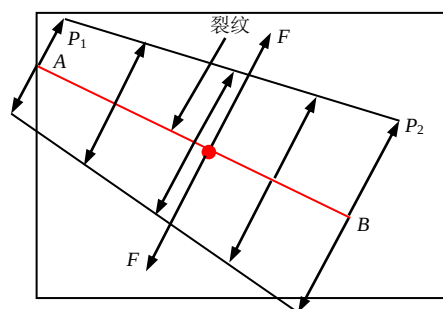


图4 裂纹面内压的施加

Fig.4 Applied inner pressure on crack surface

4 数值应用

4.1 裂纹面受均匀内压的圆盘

算例 1 为一个含单边裂纹的圆盘, 圆盘直径为 D , 裂纹面上受均匀内压 σ 作用, 裂纹长度为 a , 如图 5 所示。其应力强度因子 K_I 的解析解^[24]为

$$K_I = F \sigma \sqrt{\pi a} \quad (26)$$

$$F = 1.1215 \left/ \left(1 - \frac{a}{D} \right) \right|^{1.5} \quad (27)$$

建模时取 $D = 1.0$, $a/D = 0.5$ 且 $k_h = 30$ 时的区域网格如图 6 所示。保持数学网格密度 $k_h = 71$ 不变的情况下, 计算不同裂纹长度 $a/D = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ 和 0.9 时的应力强度因子, 将计算结果和解析解绘于图 7。由于传统方法计算应力强度因子, 裂纹面都是自由的, 没有考虑内压的作用, 这里为了比较误差大小, 将不考虑裂纹面内压的情况也绘于图 7。比较后可知, 加密后的计

算结果与解析解相吻合, 误差均控制在 2% 以内, 而对于计算应力强度因子没有考虑内压的情况, 误差往往较大, 基本上都比解析解小, 和考虑内压得到的计算结果相比, 相对误差最大达到 4.6%。

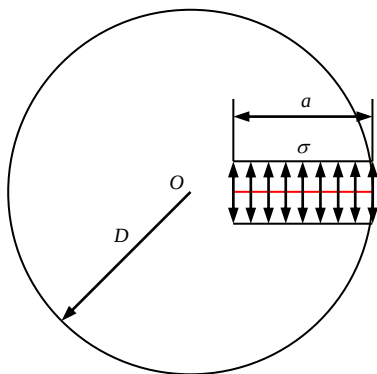


图 5 裂纹面受均匀内压的单边裂纹

Fig.5 A single edge crack under uniform internal pressure

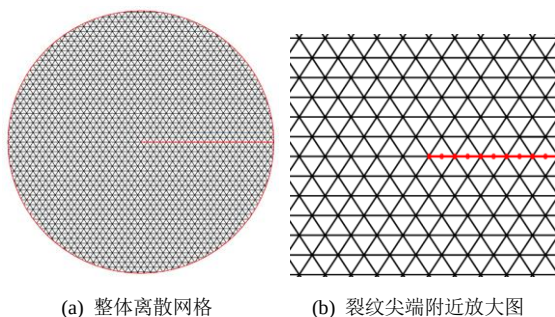


图 6 $a=0.5$ 且 $k_h=30$ 时的区域离散网格

Fig.6 Meshes for $a=0.5$ and $k_h=30$

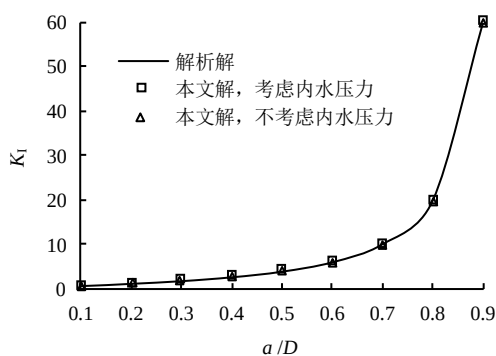


图 7 不同裂纹长度时的应力强度因子

Fig.7 SIFs for various lengths of crack

为了更加清楚地了解这种误差, 讨论裂纹长度和网格密度对此误差的影响, 分两种情况分别讨论: ①保持网格密度 $k_h=71$ 不变, 先后选取裂纹长度 $a/D=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ 和 0.9 进行计算; ②保持裂纹长度 $a/D=0.5$ 不变, 先后选取网格密度 $k_h=10, 20, 30, 40, 50, 60, 70$ 和

80 进行计算, 并将这计算结果分别绘于图 8 和图 9。比较后可知, 随着裂纹长度的增加, 相对误差逐渐减小; 随着网格密度的增加, 相对误差也逐渐减小。因而在裂纹长度和网格密度较大时, 法向应力对 I 型应力强度因子 K_I 的影响较小, 达到一定程度时可以忽略该因素的作用。

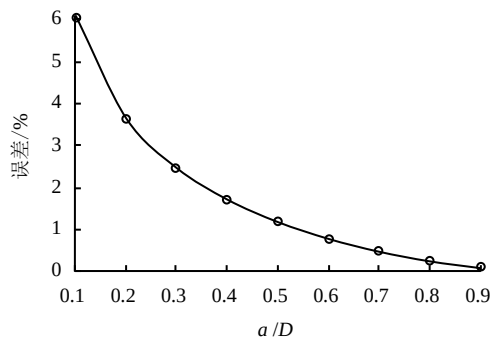


图 8 不同裂纹长度对应的相对误差

Fig.8 Relative errors for various lengths of crack

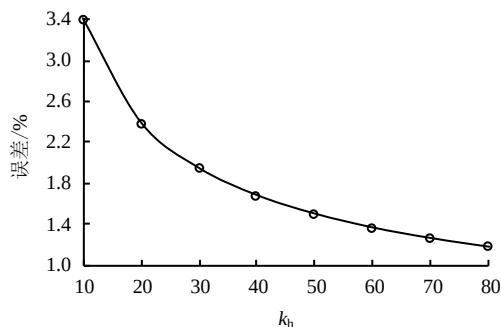


图 9 不同网格密度对应的相对误差

Fig.9 Relative errors for various meshes

4.2 含分支裂纹的矩形板

算例 2 为一个含分支裂纹的矩形板, 如图 10 所示。建模时取 $W=10$ m, $a_1=4.0$ m, $b_1=2$ m, $h=4$ m, 弹性模量 $E=20$ GPa, 泊松比 $\mu=0.30$, 抗拉

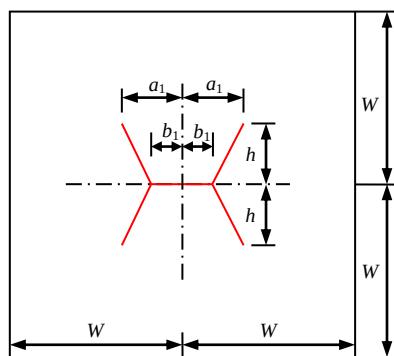
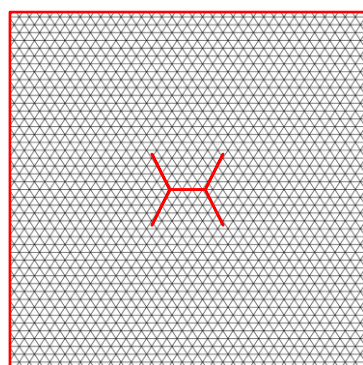


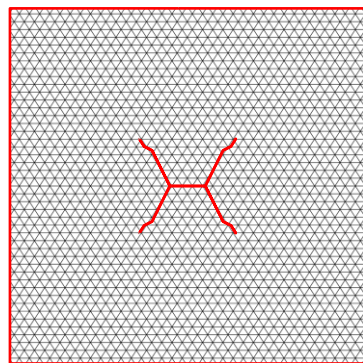
图 10 含分支裂纹的矩形板

Fig.10 A rectangular plate with branch cracks

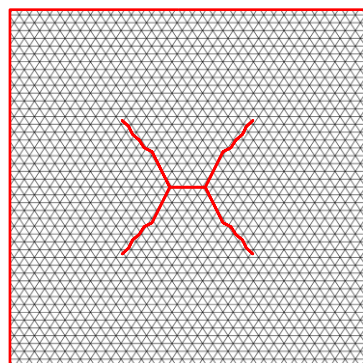
强度 $\sigma_t = 0.7$ MPa, 施加均匀内压 $\sigma = 1.0$ MPa, $k_h = 25$, 其物理覆盖数为 1 754, 流形单元数为 3 302。裂纹每步扩展步长 $\Delta a = 0.5$ m, 断裂韧性 $K_{IC} = 0.8$ MPa $\cdot\sqrt{m}$, 其计算结果如图 11 所示。可以看出, 当外荷载增加到一定程度时, 裂纹开始扩展, 扩展方向由式 (25) 决定, 扩展之后还应及时补充施加新的均匀内压 σ 于新裂纹上。



(a) 第 0 步



(b) 第 3 步



(c) 第 6 步

图 11 不同步数下的裂纹扩展路径
Fig.11 Crack path for various time steps

5 结 论

(1) 本文运用改进的数值流形法分析了水力劈裂破坏问题, 加深了对水力劈裂破坏的认识。改进

后的计算结果与解析解相吻合, 误差均控制在 2% 以内。计算应力强度因子没有考虑裂纹面内压, 相对误差往往较大, 最大达到 4.6%。

(2) 当考虑裂纹面内压时, 定量分析比较了各因素对应力强度因子的影响大小, 即随着裂纹长度的增加, 相对误差逐渐减小; 随着网格密度的增加, 相对误差也逐渐减小。因而在裂纹长度和网格密度较大时, 法向应力对 I 型应力强度因子 K_I 的影响较小, 达到一定程度时可以忽略该因素的作用。

(3) 分支裂纹劈裂破坏的结果表明, 本文方法可以应用于实际工程中的水力劈裂、灌浆加固以及与地下水作用力相关的力学问题等, 具有较大的实际应用价值。

参 考 文 献

- [1] 石路杨, 李建, 许晓瑞, 等. 水力劈裂对岩体中自然裂纹的影响研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(10): 3003—3010, 3016.
SHI Lu-yang, LI Jian, XU Xiao-rui, et al. Influence of hydraulic fracturing on natural fracture in rock mass [J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(10): 3003—3010, 3016.
- [2] 赵延林, 彭青阳, 万文, 等. 高水压下岩体裂纹扩展的渗流-断裂耦合机制与数值实现[J]. 岩土力学, 2014, 35(2): 556—564.
ZHAO Yan-lin, PENG Qing-yang, WAN Wen, et al. Seepage-fracture coupling mechanism of rock masses cracking propagation under high hydraulic pressure and numerical verification [J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(2): 556—564.
- [3] YAN C Z, JIAO Y Y, ZHENG H. A fully coupled three-dimensional hydro-mechanical finite discrete element approach with real porous seepage for simulating 3D hydraulic fracturing [J]. **Computers and Geotechnics**, 2018, 96: 73—89.
- [4] ZHONG H, LI H, OOI E T, et al. Hydraulic fracture at the dam-foundation interface using the scaled boundary finite element method coupled with the cohesive crack model[J]. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, 2018, 88: 41—53.
- [5] YUSHI Z, MA X, ZHOU T, et al. Hydraulic fracture growth in a layered formation based on fracturing experiments and discrete element modeling[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2017, 50(9): 2381—2395.
- [6] VAHAB M, KHALILI N. Numerical investigation of the flow regimes through hydraulic fractures using the

- X-FEM technique[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2017, 169: 146—162.
- [7] SHI F, WANG X, LIU C, et al. An XFEM-based method with reduction technique for modeling hydraulic fracture propagation in formations containing frictional natural fractures[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2017, 173: 64—90.
- [8] 杜效鹄, 段云岭, 王光纶. 重力坝断裂数值分析研究[J]. 水利学报, 2005, 36(9): 1035—1042.
DU Xiao-hu, DUAN Yun-ling, WANG Guang-lun. Numerical analysis of fracture in gravity dam[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2005, 36(9): 1035—1042.
- [9] 王克峰, 章青, 夏晓舟. 考虑流固耦合效应的重力坝水力劈裂模拟[J]. 应用数学和力学, 2015, 36(9): 970—980.
WANG Ke-feng, ZHANG Qing, XIA Xiao-zhou. Modelling of hydraulic fracturing for concrete gravity dams under fluid-structure interaction[J]. **Applied Mathematics and Mechanics**, 2015, 36(9): 970—980.
- [10] 董玉文, 任青文. 重力坝水力劈裂分析的扩展有限元法[J]. 水利学报, 2011, 42(11): 1361—1367.
DONG Yu-wen, REN Qing-wen. An extended finite element method for modeling hydraulic fracturing in gravity dam[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2011, 42(11): 1361—1367.
- [11] 徐栋栋, 杨永涛, 郑宏, 等. 基于数值流形法的水力坝多裂纹扩展研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(12): 1001—1010.
XU Dong-dong, YANG Yong-tao, ZHENG Hong, et al. Study of multiple crack growth of gravity dam based on numerical manifold method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(12): 1001—1010.
- [12] 王水林, 葛修润. 流形元方法在模拟裂纹扩展中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(5): 405—410.
WANG Shui-lin, GE Xiu-run. Application of manifold method in simulating crack propagation[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1997, 16(5): 405—410.
- [13] 朱爱军, 邓安福, 曾祥勇, 等. 数值流形方法对岩土工程开挖卸荷问题的模拟[J]. 岩土力学, 2006, 27(2): 179—183.
ZHU Ai-jun, DENG An-fu, ZENG Xiang-yong, et al. Numerical manifold method for simulation of excavation unloading in geotechnical engineering[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(2): 179—183.
- [14] 刘红岩, 王贵和. 节理岩体冲击破坏的数值流形方法模拟[J]. 岩土力学, 2009, 30(11): 3523—3527.
LIU Hong-yan, WANG Gui-he. Simulation of impact failure of jointed rock mass by numerical manifold method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(11): 3523—3527.
- [15] 杨石扣, 任旭华, 张继勋. 基于覆盖细化的数值流形法及其在裂纹扩展中的应用[J]. 工程力学, 2013, 30(11): 47—54.
YANG Shi-kou, REN Xu-hua, ZHANG Ji-xun. Cover based refinement in the numerical manifold method and its application in crack propagation[J]. **Engineering Mechanics**, 2013, 30(11): 47—54.
- [16] ZHANG Guo-xin, LI Xu, LI Hai-feng. Simulation of hydraulic fracture utilizing numerical manifold method[J]. **Science China**, 2015, 58(9): 1542—1557.
- [17] YANG Y, TANG X, ZHENG H, et al. Hydraulic fracturing modeling using the enriched numerical manifold method[J]. **Applied Mathematical Modelling**, 2018, 53: 462—486.
- [18] SHI G H. Manifold method of material analysis[C]// Transactions of the 9th Army Conference on Applied Mathematics and Computing. Minneapolis, Minnesota: [s. n.], 1991: 57—76.
- [19] ZHANG H H, LI L X, AN X M, et al. Numerical analysis of 2-D crack propagation problems using the numerical manifold method[J]. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, 2010, 34(1): 41—50.
- [20] BELYTSCHKO T, BLACK T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1999, 45(5): 601—620.
- [21] NAGASHIMA T, OMOTO Y, TANI S. Stress intensity factor analysis of interface cracks using X-FEM[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2003, 56(8): 1151—1173.
- [22] DOLBOW J, MOËS N, BELYTSCHKO T. An extended finite element method for modeling crack growth with frictional contact[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2001, 190(51—52): 6825—6846.
- [23] KHOEI A R, AZADI H, MOSLEMI H. Modeling of crack propagation via an automatic adaptive mesh refinement based on modified superconvergent patch recovery technique[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2008, 75(10): 2921—2945.
- [24] 中国航空研究院. 应力强度因子手册[M]. 增订版. 北京: 科学出版社, 1993.
Chinese Aeronautical Establishment. Stress intensity factors handbook[M]. Enlarged edition. Beijing: Science Press, 1993.